Regalplatzoptimierung im Einzelhandel

Zunehmende Sortimentsbreiten sowie sinkende Flächenproduktivität zwingen Einzelhändler dazu, den verfügbaren Regalplatz optimal zu nutzen. In diese Planung des Regalplatzes für jedes Produkt geht eine Vielzahl von Faktoren ein. Neben Produktmargen ist dies vor allem die Kundennachfrage, deren Kenntnis essentiell für ein optimal gestaltetes Regal ist. Dieser Beitrag führt in das Thema der Regalplatzplanung ein und stellt ein Optimierungsmodell vor, das Einzelhändler bei der Regalplanung unterstützt.

Prof. Dr. Alexander Hübner
ist Professor an der Technischen Universität München. Seine bevorzugten Forschungsgebiete sind Sortiments- und Regalplatzplanung im Handel.

Tobias Düsterhöft, M.Sc.,
ist wissenschaftlicher Mitarbeiter an der Katholischen Universität Eichstätt-Ingolstadt. Er untersucht praxisnahe Optimierungsprobleme aus dem Lebensmitteleinzelhandel.

Dr. Kai N. Schaal
ist Head of Supply Chain Processes bei *OBI* und forscht zu Sortiments- und Regalplatzproblemen.

Summary: Increasing product proliferation and decreasing space productivity force retailers to make optimal use of the available shelf space. The planning of shelf-space is impacted by a variety of factors. Besides product margins, the exact knowledge of the end customer demand is a fundamental requirement for optimal shelf allocations. This paper is an introduction into the topic of shelf-space planning and presents a basic optimization model to support retailers with the allocation of shelf space.

Stichwörter: Marketing, Category Management, Einzelhandel, Regalplatzmanagement, Optimierungsmodelle

1. Einleitung und Relevanz

Händler sehen sich bei der Planung, wie der ihnen zu Verfügung stehende **Regalplatz optimal zu nutzen** ist, zunehmend mit diversen Herausforderungen konfrontiert. So ist die Anzahl der Produkte, die heutzutage um den **limitierten Regalplatz** konkurrieren, um bis zu 30 % höher als noch vor 10 Jahren (EHI Retail Institute, 2014). Gleichzeitig beklagen 19 von 24 europäischen Einzelhändlern in einer Umfrage (Gutgeld, Sauer, & Wachinger, 2009) eine **abnehmende Flächenproduktivität**, d. h. der vorhandene Regalplatz kann immer weniger profitabel genutzt werden. Betrachtet man zudem, dass immer mehr Kunden online einkaufen, wird die Notwendigkeit umso deutlicher, **das Kaufverhalten von Kunden** durch richtige Regalplanung in der Filiale zu steuern.

Die zentrale Entscheidung in der Regalplatzoptimierung ist die Zuweisung des Regalplatzes und der damit verbundenen Regalmenge für jedes Produkt. Neben der Tatsache, dass der Regalplatz begrenzt ist und Händler daher einzelnen Produkten nicht beliebig viel Regalplatz zuweisen können, gibt es weitere Aspekte, die diese Entscheidung zu einem komplexen Planungsproblem machen: **unterschiedliche Produkteigenschaften**, wie z. B. Endkundennachfrage, Margen, Verderblichkeit oder Größen von Verpackungseinheiten, machen ein genaues Abwägen zwischen den im Regal zu platzierenden Produkten erforderlich. So kann beispielsweise einem margenstarken Produkt mit hoher Nachfrage viel Regalplatz zugewiesen werden, der dann allerdings anderen Produkten nicht mehr zur Verfügung steht. Weiterhin ist ein möglichst detailliertes Verständnis des **Nachfrageverhaltens von Kunden** wichtig, um deren Anforderungen bestmöglich zu erfüllen. So steigt beispielsweise die Kundennachfrage, wenn ein Produkt breiter platziert und damit besser sichtbar wird. Im Falle der Nichtverfügbarkeit von Produkten sind Kunden unter Umständen bereit, statt ihres favorisierten, aber nicht verfügbaren Produkts ein Substitut zu kaufen. Schließlich knüpfen an das Regalplatzplanungsproblem eine Reihe von weiteren **verwandten Planungsproblemen** an, die in wechselseitigem Wirkungszusammenhang stehen und daher ebenfalls berücksichtigt werden müssen. So stellen sich Einzelhändler beispielsweise die Frage, wie und wann Regale, die sich aufgrund von Abverkäufen im Laufe des Verkaufstags leeren, nachgefüllt werden sollten. Es zeigt sich also, dass die Regalplanung verschiedene Einflussfaktoren und Stellschrauben berücksichtigen muss.

Dieser Beitrag führt in die Thematik der Regalplatzoptimierung ein. Abschnitt 2 erläutert das grundlegende Planungsproblem sowie die Abwägungen, die Einzelhändler bei der Verteilung von Regalplatz treffen müssen. Des Weiteren werden die bei der Regalplatzplanung relevanten Nachfrageeffekte sowie benachbarte Entscheidungsprobleme diskutiert. In Abschnitt 3 wird das grundlegende mathematische Optimierungsmodell vorgestellt und gezeigt, wie dieses gelöst werden kann. Abschnitt 4 liefert das Fazit, sowie einen Ausblick auf weitere Forschungsthemen.

2. Das Regalplatzplanungsproblem

2.1. Entscheidungsproblem des Einzelhändlers bei der Regalplatzoptimierung

Das zentrale Entscheidungsproblem, das Einzelhändler im Rahmen der Regalplatzoptimierung lösen müssen, beschäftigt sich mit der Frage, **wieviel Regalplatz den einzelnen Produkten im Regal zugeordnet werden soll**. Typischerweise wird diese Frage für jede Kategorie (z. B. Hundefutter, Einweggetränke, etc.) separat beantwortet. Dabei verfolgen Einzelhändler das Ziel der Gewinnmaximierung. Der Gewinn pro Kategorie berechnet sich als die Summe der Gewinne der in der Kategorie enthaltenen Produkte, die wiederum von Verkaufs- und Einkaufspreisen sowie Bestandskosten abhängen.

Da die **Länge eines Supermarktregals begrenzt** ist und somit nicht jedes Produkt unendlich viel Platz im Regal bekommen kann, steht der Einzelhändler vor einem **Abwägungsproblem**: Räumt er einem Produkt mehr Platz ein, weil sich dieses z. B. durch eine hohe Marge auszeichnet, bedeutet dies automatisch, dass anderen Produkten weniger Platz im Regal zur Verfügung steht. Dabei muss der Händler ebenfalls berücksichtigen wie breit die einzelnen Produkte sind, da die Produktbreite bestimmt, wieviel Regalplatz ein Produkt beansprucht.

Im Zusammenhang mit der Regalplatzentscheidung spricht man davon, dass Händler festlegen müssen, mit wie vielen sog. „**Facings**" ein Produkt im Regal präsentiert werden soll. Bei einem Facing handelt es sich um die **erste Einheit eines Produkts in der vorderen Reihe des Supermarktregals**, welche somit die für den Kunden sichtbare Einheit ist. Steht die Anzahl der Facings pro Produkt fest, wird diese in einem Planogramm festgehalten. Hierbei handelt es sich um eine schematische Darstellung des Supermarktregals, die die Anzahl der Facings sowie die Position der Einzelprodukte im Regal widerspiegelt.

Abb. 1 veranschaulicht das Regalplatzoptimierungsproblem und zeigt drei verschiedene Planogramme zur Anordnung von drei verschiedenen Produkten (A, B und C). Der Vergleich der ersten beiden Planogramme zeigt das Abwägungsproblem des Händlers. Während Produkt 1 im ersten Planogramm drei Facings bekommt, werden ihm im zweiten Planogramm vier Facings zugeordnet. Da der Regalplatz begrenzt ist, führt dies dazu, dass Produkt B ein Facing weniger bekommt.

Im Rahmen dieses Abwägungsproblems der Regalplatzplanung muss der Händler neben dem begrenzten Regalplatz zahlreiche weitere Restriktionen sowie benachbarte Planungsprobleme berücksichtigen. Diese werden in den folgenden Abschnitten erläutert.

2.2. Relevante Nachfrageeffekte

Einer der wichtigsten Einflussfaktoren auf die optimale Anzahl Facings im Supermarktregal ist die **Kundennachfrage**. Es ist hierbei intuitiv verständlich, dass Produkten, die eine höhere Nachfrage erfahren, tendenziell mehr Regalplatz eingeräumt werden sollte, als Produkten mit einer geringeren Nachfrage. Neben der Höhe der Nachfrage existiert eine Reihe weiterer Nachfrageeffekte, deren Verständnis und Berücksichtigung im Rahmen der Regalplatzoptimierung von essentieller Bedeutung ist. Diese werden im Folgenden erläutert.

2.2.1. Stochastische Nachfrage

Für wenige Produkte kann die Nachfrage als deterministisch, d. h. als mit Sicherheit bekannt betrachtet werden. Wäre dies der Fall, wäre es dem Händler möglich, die exakt nachgefragte Menge im Regal zu platzieren. Vielmehr un-

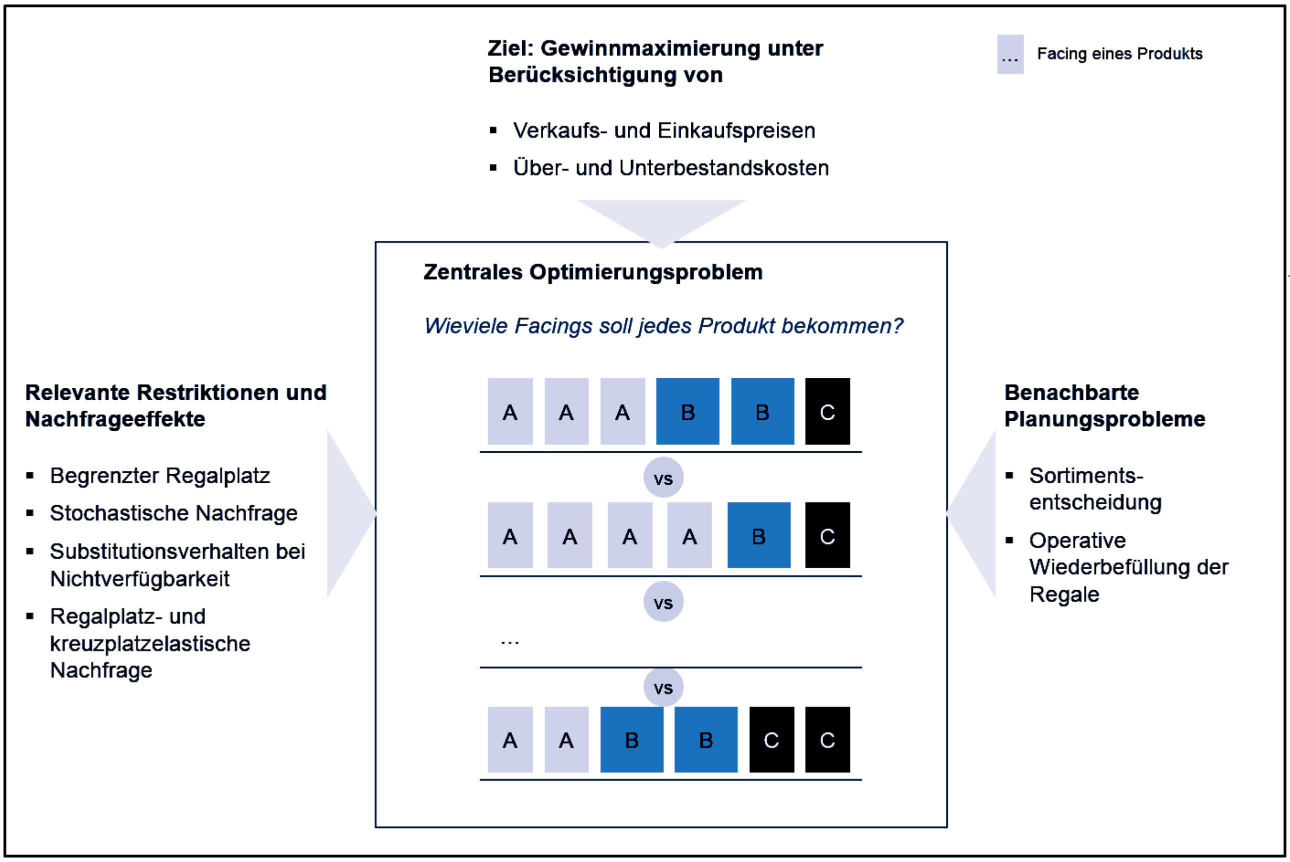

Abb. 1: Einordnung des Regalplatzplanungsproblems

terliegt die Nachfrage allerdings Schwankungen. Dies bedeutet, dass die **Nachfrage volatil** und nicht mit Sicherheit bekannt ist. Aufgrund dieser Nachfrageunsicherheit kann es zu **Unter- bzw. Überbeständen** kommen. Dies bedeutet, dass die im Regal platzierte Menge die tatsächliche Nachfrage über- bzw. unterschreitet. Daraus resultieren Unter- bzw. Überbestandskosten, die eingepreist werden müssen. Unterbestände führen dazu, dass die Kundennachfrage nicht befriedigt werden kann. Überbestände führen insbesondere bei verderblicher Ware dazu, dass diese am Ende eines Verkaufstags entsorgt werden muss. Hübner & Schaal (2017a) zeigen, wie stochastische Nachfrage in der Regalplatzoptimierung berücksichtigt werden kann.

2.2.2. Substitution

Sind Produkte nicht verfügbar, werden diese teilweise durch **Substitutionsprodukte** ersetzt. Grundsätzlich wird zwischen zwei Ursachen für Nichtverfügbarkeit von Waren unterschieden. Einerseits besteht die Möglichkeit, dass ein Händler einen bestimmten Artikel nicht führt, dieser also nicht gelistet ist. Im Falle von Substitution spricht man hier von **Substitution aufgrund von Nichtlistung** (englisch: out-of-assortment substitution). Andererseits besteht die Möglichkeit, dass ein grundsätzlich gelisteter Artikel temporär nicht verfügbar ist. Im Falle von Substitution spricht man hier von **Substitution aufgrund von Regallücken** (englisch: out-of-stock). Diese Art von Substitution tritt bei zu geringer Regalmenge und hoher Nachfrage auf.

Wie zuvor gezeigt, führt das Substitutionsverhalten von Kunden insbesondere dazu, dass die Nachfrage nach den Substitutionsprodukten auch von der Verfügbarkeit der substituierten Produkte abhängt. Es bestehen also Beziehungen zwischen Produkten. Diese Produktbeziehungen führen zu kombinatorischen Optimierungsproblemen und erhöhen die mathematische Komplexität. Zur Lösung sind daher spezielle Heuristiken (siehe Hübner & Schaal, 2017b) notwendig.

2.2.3. Regalplatz- und Kreuzregalplatzelastizität

Durch eine breitere Platzierung, d. h. durch Zuweisung einer höheren Anzahl Facings, können Händler die Nachfrage nach einem Produkt beeinflussen. In der Regel steigt die Nachfrage bei höherer Anzahl Facings (Eisend, 2014). Das Ausmaß des Nachfrageanstiegs wird als **Regalplatzelastizität** bezeichnet. Ähnlich wie die Preiselastizität beschreibt die Regalplatzelastizität den prozentualen Anstieg der Nachfrage bei prozentualer Veränderung des dem Produkt zugewiesenen Regalplatzes. Dabei wird angenommen, dass für jedes Produkt eine sog. Grundnachfrage (auch: Minimumbedarf) existiert, die besteht, wenn dem Produkt nur ein Facing im Regal zugewiesen wird. Diese Grundnachfrage steigt mit jedem zusätzlichen Facing an, wobei das Ausmaß des Anstiegs von der Regalplatzelastizität abhängt. Unterschiedliche Kategorien bzw. Produkte zeichnen sich durch ein unterschiedlich hohes Maß an Regalplatzelastizität aus (Curhan, 1972). So reagieren Alltagsprodukte (z. B. Toilettenpapier) weniger stark auf eine Regalplatzveränderung, haben also eine geringe Regalplatzelastizität. Sog. Impulskaufprodukte (z. B. Aktionsware) hingegen zeichnen sich durch hohe Elastizitäten aus und reagieren stark auf Änderungen im ihnen zugewiesenen Regalplatz.

Kreuzregalplatzelastizitäten messen das Ausmaß der Veränderung der Nachfrage eines Produkts bei Veränderung des Regalplatzes eines anderen Produkts. Dabei können zwei Produkte in komplementärem oder substitutivem Zusammenhang stehen. Im Falle von Komplementen steigt die Nachfrage des komplementieren Produkts, wenn das Komplement mehr Regalplatz bekommt (z. B. Spaghetti und Bolognese-Soße). Im Falle von Substituten sinkt die Nachfrage (z. B. konkurrierende Sorten Milch). Kreuzregalplatzelastizitäten führen – wie die oben beschriebenen Substitutionseffekte – zu Produktbeziehungen, die die mathematische Modellkomplexität enorm steigern. Außerdem ist die empirische Messung extrem aufwändig und teuer. Schaal & Hübner (2017) zeigen, dass Kreuzregalplatzelastizitäten einen zu vernachlässigenden Einfluss auf Regalplanogramme haben.

2.3. Von der Regaloptimierung abhängige Planungsprobleme

Regalplatzentscheidungen stehen in engem Zusammenhang mit **weiteren verwandten Planungsproblemen**, zu denen Interdependenzen bestehen. Zwei dieser benachbarten Planungsprobleme werden im Folgenden erläutert.

2.3.1. Sortimentsentscheidung

Bei der **Sortimentsentscheidung** muss der Einzelhändler für jede Kategorie entscheiden, welche Produkte angeboten, d. h. gelistet werden. Beispielsweise kann ein Händler aufgrund von mangelndem Platz nur Cola und Cola Light, nicht aber Cola Zero anbieten. Aufgrund des begrenzten Regalplatzes führen breitere Sortimente, d. h. Sortimente mit einer höheren Anzahl an Produkten, dazu, dass jedem einzelnen Produkt weniger Regalplatz zur Verfügung steht. An dieser Stelle wird der Zusammenhang zur Regalplatzoptimierung deutlich: wird im Rahmen der Sortimentsentscheidung festgelegt, dass ein Sortiment tendenziell breiter sein soll, muss im Rahmen der Regalplatzoptimierung der begrenzte Regalplatz auf eine größere Anzahl an Produkten verteilt werden. Wird umgekehrt ein kleineres Sortiment gewählt, bestehen im Rahmen der Regalplatzoptimierung mehr Freiheitsgrade bei der Verteilung des Regalplatzes auf die gelisteten Produkte. Hübner & Schaal (2017b) zeigen, dass Sortiments- und Regalplatzentscheidungen aufgrund der zuvor beschriebenen Interdependenzen idealerweise simultan getroffen werden sollten.

2.3.2. Regalwiederbefüllung

Aufgrund von Abverkäufen entstehen im Laufe des Verkaufstages Regallücken. Dies bedeutet, dass Supermarktregale zum Zeitpunkt der Ladenöffnung komplett gefüllt sind, Produkte nach einiger Zeit allerdings unter Umständen aufgrund hoher Nachfrage schon vergriffen sind. Für den Einzelhändler impliziert dies, dass er die **Regalwiederbefüllung** planen muss. Hierbei wird grundsätzlich zwischen direkter Wiederbefüllung bei Anlieferung aus dem der Filiale vorgeschalteten Zentrallager und indirekter Wiederbefüllung aus dem filialeigenen Warenlager unterschieden. Die **Wiederbefüllprozesse sind mit erheblichen Kosten verbunden**, da Filialpersonal die fehlende Ware identifizieren und für entsprechenden Nachschub sorgen muss. Auch zwischen der Regalwiederbefüllung und der Regalplatzplanung bestehen Interdependenzen. Wird einem Produkt beispielsweise mehr Regalplatz eingeräumt, so muss es tendenziell weniger oft wiederbefüllt werden. Aufgrund der Regalplatzlimitierung steht allerdings gleichzeitig anderen Produkten weniger Platz zur Verfügung, sodass diese entweder häufiger nachbestellt und direkt nachgefüllt oder im filialeigenen Warenlager bevorratet und häufiger von dort wiederbefüllt werden müssen (siehe Hübner & Schaal, 2017c).

3. Mathematisches Optimierungsmodell und Lösungsverfahren

Dieser Abschnitt führt ein grundlegendes Modell der Regalplatzoptimierung ein. Dabei wird ein limitierter Regalplatz unterstellt. Zur Vereinfachung wird die Nachfrage als deterministisch angenommen. Regalplatzelastizitäten werden berücksichtigt, von weiteren Nachfrageeffekten soll in dieser Grundversion abgesehen werden.

Nachdem zunächst die **Modellierung der Kundennachfrage** dargestellt wird, folgt ausgehend von der **Herleitung des Gewinns pro Produkt** die Formulierung des **Optimierungsmodells**. Es wird dann gezeigt, dass sich dieses durch eine **hohe kombinatorische Komplexität** auszeichnet und daher für praxisrelevante Problemgrößen nicht mehr optimal in vertretbarer Rechenzeit gelöst werden kann. Daher wird ein Lösungsverfahren vorgestellt, das auf einer geschickten **Umformulierung kombiniert mit einem Vorberechnungs-Ansatz** basiert.

Tab. 1 gibt die im Folgenden verwendete Notation wieder.

Parameter	
b_i	Breite eines Facings von Produkt i, gemessen als eindimensionale Breite der Produktverpackung
m_i	Gewinnmarge pro Einheit von Produkt i
d_i	Grundbedarf von Produkt i
$D_i(k_i)$	Regalplatzelastischer Bedarf von Produkt i in Abhängigkeit der Anzahl seiner Facings
K	Maximale Anzahl an Facings, die einem Produkt zugewiesen werden können
S	Zur Verfügung stehender Regalplatz, gemessen als eindimensionale Länge des Regals
β_i	Regalplatzelastizität von Produkt i
π_{ik}	Gewinn von Produkt i, wenn diesem k Facings zugewiesen werden
Entscheidungsvariablen	
k_i	Anzahl an Facings für Produkt i
z_{ik}	Binärvariable (=1, wenn Produkt i, wenn diesem k Facings zugewiesen werden, sonst 0)

Tab. 1: Notation

3.1. Modellierung der Kundennachfrage

Bevor Händler entscheiden, wie der zur Verfügung stehende Regalplatz aufgeteilt werden soll, sollten sie zunächst ein genaues Verständnis der Kundennachfrage entwickeln, da diese den erzielten Gewinn maßgeblich beeinflusst. Wir gehen im Folgenden von einer **deterministischen Nachfrage** aus. Für den Fall, dass der Händler einem Produkt i nur ein Facing zuweist ($k_i = 1$), entspricht diese dem sog. **Grundbedarf des Produkts**: d_i. Da wir annehmen, dass Regalplatzelastitzitätseffekte existieren, steigt mit jedem Facing die Nachfrage, sodass sich die **gesamte regalplatzelastische Nachfrage** ($D_i(k_i)$) gemäß Formel (1) berechnen lässt (Corstjens & Doyle, 1981):

$$D_i(k_i) = d_i \cdot k_i^{\beta_i} \tag{1}$$

Die Regalplatzelastizität ist hierbei mit β_i notiert. Verdoppelt man beispielsweise die Anzahl der Facings, entspricht der prozentuale Zuwachs der Nachfrage $(2^{\beta_i} - 1)$%.

3.2. Herleitung des Einzelproduktgewinns

Die zuvor hergeleitete Nachfrage hat wesentlichen Einfluss auf den **Einzelproduktgewinn** eines Produkts (π_i). Dieser berechnet sich gemäß Formel (2).

$$\pi_i(k_i) = m_i \cdot D_i(k_i) = m_i \cdot d_i \cdot k_i^{\beta_i} \tag{2}$$

Der Einzelhändler verkauft eine Einheit des Produkts zum **Verkaufspreis** und erwirbt diese zu den **Einkaufskosten.** Diese beinhaltet auch alle operativen Kosten, z. B. für die Regalwiederbefüllung. Die Differenz zwischen Verkaufspreis und Einkaufskosten entspricht der **Marge einer Einheit des Produktes** i: m_i. Multipliziert man diese Marge mit der gesamten regalplatzelastischen Nachfrage, die wie oben hergeleitet von der dem jeweiligen Produkt zugeordneten Facinganzahl abhängt, ergibt sich der Gewinn, den der Einzelhändler mit dem Verkauf des Produkts erzielt.

3.3. Das Regalplatzoptimierungsmodell

Der Einzelhändler betrachtet eine Kategorie mit insgesamt N Produkten. Stünde unbegrenzt viel Regalplatz zur Verfügung, könnte er jedes dieser Produkte in beliebiger Menge anbieten. Da der Regalplatz in der Praxis allerdings begrenzt ist, ergibt sich ein Abwägungsproblem, bei dem der Händler entscheiden muss, welches Produkt wieviel Regalplatz (= welche Anzahl an Facings) bekommt, wobei sich der Gewinn je Produkt jeweils nach Formel (2) berechnen lässt. Das folgende **kapazitierte Regalplatzplanungsproblem** hilft dem Händler bei der Entscheidung.

Zielfunktion

$$\max \Pi(k) = \sum_{i=1}^{N} \pi_i(k_i) \tag{3}$$

Nebenbedingungen

$$\sum_{i=1}^{N} k_i \cdot b_i \leq S \tag{4}$$

$$k_i \in \mathbb{Z}^+ \qquad i = 1,2, \ldots, N \tag{5}$$

Formel (3) ist die Zielfunktion und **maximiert den Gesamtgewinn** (Π), der sich als Summe der Einzelproduktgewinne ergibt. Formel (4) stellt sicher, dass der gesamte Regalplatz (S) nicht überschritten wird. Hierbei wird der Regalplatz durch die Facings konsumiert, wobei zu beachten ist, dass unterschiedliche Produkte eine unterschiedliche Facingbreite aufweisen (b_i).
Schließlich stellt Formel (5) sicher, dass Facings ganzzahlig und größer als Null sind. Damit wird auch gewährleistet,

dass ein Produkt nicht ausgelistet wird, da die Facings nicht den Wert Null annehmen dürfen.

Die Entscheidungsvariable k_i geht aufgrund der unterstellten Regalplatzelastizitäten in nichtlinearer Form über Gleichung (2) in die Zielfunktion ein. Das resultierende Optimierungsmodell ist daher ein nichtlineares, ganzzahliges Modell. Die Nichtlinearität resultiert darin, dass optimale Lösungen nicht mehr in akzeptabler Rechenzeit generiert werden können.

3.4. Lösungsverfahren durch Umformulierung in binär-ganzzahliges Optimierungsmodell

Um das im vorherigen Abschnitt vorgestellte Modell optimal zu lösen, wäre es beispielsweise möglich, zuerst die Einzelproduktgewinne (entsprechend Formel (2)) zu ermitteln und dann die Kombination mit dem größten Gesamtgewinn auszuwählen. Die Summe der jeweiligen Einzelproduktgewinne der jeweiligen Kombination ergibt den Gesamtgewinn. Die Lösung wäre dann optimal.

Aufgrund der Komplexitätseigenschaften des Modells ist dieser Ansatz allerdings nur für kleine Probleminstanzen anwendbar. Es handelt es sich um ein sog. **Knapsackproblem** (Pisinger, 2005) von **hoher kombinatorischer Komplexität**. Dies bedeutet, dass die Anzahl der Möglichkeiten (Kombinationen) die N Produkte auf einem Regal der Größe S anzuordnen exponentiell mit N und S steigt. Bei $N = 3$ Produkten und einem Regalplatz von $S = 4$ gibt es beispielsweise insgesamt 3 Möglichkeiten, die Produkte auf den Regalplatz anzuordnen: da alle Produkte mindestens ein Facing bekommen, muss nur noch entschieden werden, welches Produkt den vierten Regalplatz bekommt. Dieser kann an Produkt 1, 2 oder 3 vergeben werden, sodass insgesamt die folgenden 3 Möglichkeiten resultieren: 1–1–2–3, 1–2–2–3, 1–2–3–3.

Formel (6) dient der Berechnung der Anzahl möglicher Kombinationen (Y) in Abhängigkeit von N und S. Während bei $N = 5$ Produkten und einem Regalplatz von $S = 10$ $Y = 126$ Kombinationen möglich sind, steigt die Anzahl dieser bei $N = 20$ und $S = 30$ schon auf über 20 Millionen.

$$Y(N,S) = \binom{S-1}{N-1} \tag{6}$$

In Anbetracht der zuvor vorgestellten hohen Anzahl von Kombinationsmöglichkeiten wird schnell klar, dass eine Vorberechnung der Einzelgewinne nur auf sehr kleine Probleminstanzen angewandt werden kann, da die Berechnung der Vielzahl an möglichen Kombinationen im Falle größerer Instanzen (z. B. bei $N = 20$ und $S = 30$ mehr als 20 Mio. Berechnungen) nur in enorm hoher – und damit nicht praktikabler – Rechenzeit erfolgen kann. Um das Model auch für größere Probleminstanzen trotzdem optimal zu lösen, ist daher ein alternativer Lösungsansatz erforderlich.

Hierbei kann man sich die Tatsache zu nutzen machen, dass Händler in der Praxis einem Produkt i. d. R. nicht mehr als 20–30 Facings zuordnen. Dadurch ergibt sich die Möglichkeit eines Lösungsansatzes, der es ermöglicht, dieses auch für größere Probleminstanzen optimal zu lösen. Dabei wird zunächst eine **Obergrenze (K) für die maximale Anzahl an Facings** pro Produkt festgelegt, z. B. $K = 30$. Einem Produkt können demnach $k = 1,2,\ldots K$ Facings zugewiesen werden. Entsprechend Formel (2) kann damit für jedes Facinglevel k der Gewinn von Produkt i (π_{ik}) berechnet werden. Diese **vorberechneten Gewinne** werden dann als Dateninput in das folgende binäre Optimierungsmodell gegeben, das die binäre Optimierungsvariable z_{ik} optimiert, die angibt, ob Produkt i eine Facinganzahl k zugewiesen bekommt. Das resultierende Modell kann dann mit Hilfe eines **Standardsolvers** (z. B. CPLEX, Excel Solver) optimal in kürzester Rechenzeit gelöst werden.

Zielfunktion

$$\max \Pi(z) = \sum_{i=1}^{N} \sum_{k=1}^{K} z_{ik} \cdot \pi_{ik} \tag{6}$$

Nebenbedingungen

$$\sum_{i=1}^{N} \sum_{k=1}^{K} z_{ik} \cdot k \cdot b_i \leq S \tag{7}$$

$$\sum_{k=1}^{K} z_{ik} = 1 \quad i = 1,2,\ldots,N \tag{8}$$

$$z_{ik} \in \{0,1\} \quad i = 1,2,\ldots,N;\ k = 1,2,\ldots,K \tag{9}$$

Formel (6) entspricht der umformulierten Zielfunktion (3). Die Binärvariable z_{ik} bestimmt, welches Facinglevel k Produkt i zugewiesen bekommt und wird mit dem entsprechenden (vorberechneten) Gewinn π_{ik} multipliziert. Die Summation über alle Produkte ergibt den Gesamtgewinn. Formel (7) entspricht der Regalplatzrestriktion (4). Formel (8) stellt sicher, dass jedes Produkt nur ein Facinglevel zugewiesen bekommt und Formel (9) definiert die Entscheidungsvariable z_{ik} als Binärvariable. Durch die Vorberechnung der Einzelproduktgewinne in Abhängigkeit der Anzahl an Facings in Kombination mit der Umformulierung des Modells wird die Modellkomplexität signifikant reduziert. Bei einer gesetzten Obergrenze von bspw. $K = 30$ sind

Anzahl Produkte N	5	20	50	100
Regalplatz S	10	30	100	150
Kombinationen $Y(N,S)$	**126**	**$2{,}0 * 10^{7}$**	**$5{,}0 * 10^{28}$**	**$1{,}3 * 10^{40}$**

Tab. 2: Exemplarische Darstellung der mathematischen Komplexität des KRPP

im Falle von $N = 20$ und $S = 30$ nicht mehr 20 Mio. Kombinationen zu bewerten, sondern nur noch $N \cdot K = 20 \cdot 30 = 600$ Vorberechnungen durchzuführen. Hübner, Schaal, Düsterhöft (2019) zeigen anhand einer Fallstudie, wie das Modell und der hier vorgestellte Lösungsansatz in CPLEX implementiert werden kann.

4. Fazit und Ausblick

Um Gewinne zu maximieren, müssen Einzelhändler den zur Verfügung stehenden Regalplatz optimal auf Produkte verteilen. Kundenverhalten und Produktcharakteristiken sind hierbei nur zwei von zahlreichen Einflussfaktoren, die optimale Regalplatzentscheidungen beeinflussen. Dieser Artikel stellt eine Einführung in das grundlegende Entscheidungsproblem von Einzelhändlern bei der Regalplatzzuweisung dar und erläutert anhand eines mathematischen Optimierungsmodells wie dieses gelöst werden kann.
Das Grundmodell kann erweitert werden, wobei Erweiterungen vor allem im Bereich der Kundennachfrage relevant sind. So kann diese in fortgeschrittenen Modellen als stochastisch angenommen werden. Zudem können zusätzliche nachfragerelevante Effekte, wie z. B. Positionierungseffekte, berücksichtigt werden. Darüber hinaus stellt die Integration benachbarter Entscheidungen (Sortimentsentscheidung, Wiederbefüllprozesse, Pricing, etc.) eine praxisrelevante Erweiterung da. Nicht zuletzt kann das hier entwickelte Grundmodell dazu verwendet werden, Einzelhändlern zu helfen, ganze Filialnetze zu optimieren.

5. Literatur

Corstjens, M., & Doyle, P. (1981). A model for optimizing retail space allocations. *Management Science, 27*(7), 822–833.
Curhan, R. C. (1972). The relationship between shelf space and unit sales in supermarkets. *Journal of Marketing Research, 1*(2), 406–412.
EHI Retail Institute. (2014). Retail data 2014: structure, key figures and profiles of international retailing.
Eisend, M. (2014). Shelf space elasticity: a meta-analysis. *Journal of Retailing, 90*, 168–181.
Gutgeld, Y., Sauer, S., & Wachinger, T. (2009). Growth – but how? *Akzente, 3*(3), 9–14.
Hübner, A., & Schaal, K. (2017a). A shelf-space optimization model when demand is stochastic and space-elastic. *Omega, 68*, 139–154.
Hübner, A., & Schaal, K. (2017b). An integrated assortment and shelf-space optimization model with demand substitution and space-elasticity effects. *European Journal of Operational Research, 261*, 302–316.
Hübner, A., & Schaal, K. (2017c). Effect of replenishment and backroom on retail shelf-space planning. *Business Research* 10(1), S. 123–156.
Hübner, A., & Schaal, K. (2018). When does cross-space elasticity matter in shelf-space planning? A decision analytics approach. Omega, 80, S. 135–152.
Hübner, A., Schaal, K., Düsterhöft, T. (2019). Fallstudie zur Anwendung und Implementierung von Regalplatzoptimierung im Einzelhandel, WiSt, Heft 9, S. 56–60.
Pisinger, D. (2005). Where are the hard knapsack problems? *Computers & Operations Research, 32*(9), 2271–2284.